

# Irányító kérdések alkalmazása a matematika oktatásban

Barczy Krisztina

Debreceni Egyetem,  
Neumann János Középiskola és Kollégium

- 1 Kontextus
- 2 Kérdések a problémamegoldásban
- 3 Segítő kérdések a gyakorlatban
- 4 Felhasznált irodalom

# A kísérlet leírása

- 3 hét: tananyagon alapuló problémák megoldása kooperatív módszerekkel
- 1-2 hetente: kooperatív módszerrel tartott óra (tananyag függő)

## Az irányító kérdések jelentősége

“Never say anything a kid can say!  
This one goal keeps me focused.  
Although I do not think that I have  
ever met this goal completely in any  
one day or even in a given class period,  
it has forced me to develop and improve  
my questioning skills. It also sends  
a message to students that their  
participation is essential. Every time I  
am tempted to tell students something,  
I try to ask a question instead.”

(Reinhart, 2000, p. 480)

- tanulók egyik legfőbb nehézségei a problémamegoldásban:
  - az első lépések megtalálása
  - helyes megoldási módszer felismerése
  - az adott adatok rendszerezése
- kérdezzünk, ne megmondjuk
- az irányító kérdések által többen hozzá tudnak jutni a megoldáshoz
- “the big idea”

# Pólya első és második szakasza

- Mit keresünk?
- Mi van adva?
- Mit kötünk ki?
  
- Nem ismersz valami rokon feladatot?
- Nem tudnád hasznosítani az adott rokon feladatot?
- Nem tudnád átfogalmazni a feladatot?
- Nem tudnál kigondolni egy általánosabb vagy egy speciálisabb feladatot? ...stb.

A kérdések általánosak.

# Schoenfeld

- Vizsgálj speciális eseteket! Válassz speciális értékeket!
- Vizsgáld meg a határeseteket!
- Helyettesíts be!
- Próbáld meg egyszerűsíteni a feladatot!
  
- Tekints ekvivalens problémákat!
- Tekints egy kismértékben megváltoztatott problémát!
- Tekints egy lényegesen megváltoztatott problémát!

Szintén általános segítséget nyújtó megjegyzések.

# Kérdések matematika órán

Nyolc tipp a hatékony kérdezéshez:

- 1 Sejtsük meg a tanulók gondolatmenetét
- 2 Kapcsoljuk a kérdést a tanulási célhoz
- 3 Nyílt végű kérdéseket tegyünk fel
- 4 Olyan kérdést tegyünk fel, aminek szükség van a megválaszolására
- 5 Használjunk igéket, mint “megfigyel”, “észrevesz”, “összehasonlít”, “vizsgál”, “figyelembe vesz” ...stb.
- 6 Vonjunk be minél több diákot a kérdésekkel
- 7 Semleges kérdéseket tegyünk föl (“nehéz”, “könnyű” szavak kerülése)
- 8 Adjunk időt válaszolni



## Példák konkrét kérdésekre

- Hogyan tudnád rendezni a ... ?
- Hány féleképpen ...?
- Mi történik, ha ... ?
- Mit lehet ...-vel kezdeni?
  
- Milyen hasonlóságokat/különbségeket fedezel fel?
- Tudnád csoportosítani a ... ?
- Észreveszel valamilyen mintát?
- Hogyan segít a minta a megoldásban?
- Mi a következő lépés? Miért?
- Hogyan tudnák leírni, amire rájöttünk?

# A csoport

- 16 tanuló, 16 - 17 évesek
- műszaki nyelvi előkészítő osztály, 11. évfolyam
- heti négy óra matematika
- jó képességű tanulók

Téma: Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok

# A módszer

Előzmény: új ismereteket bevezető óra, kooperatív módszerekkel

Az óra (gyakorló óra):

- négy csoport
- négy feladat
- különböző segítő kérdések
- feladatok megoldása: “Ellenőrzés párban” módszer
- a tanár közben figyel, segít ...stb.

“Ellenőrzés párban” lépései:

- 1 Páros munka
- 2 Az “edző” ellenőriz
- 3 A párok szerepet cserélnek
- 4 Ellenőrzés párban

# Kérdések és csoportmunka

- Kérdések és frontális osztálymunka
- Kérdések csoportban/párban
- Ki válaszol?
- Hány tanuló vesz részt aktívan?

# A feladatok és kérdések

1. Két rézötvözetünk van. Az első 6 kg, a második 12 kg vörösrezt tartalmaz. A vörösreztartalom százaléka az első ötvözetben 40-nel kisebb, mint a másodikban. Ha a két ötvözetet összeötvözzük, 36 %-os vörösreztartalmú ötvözetet kapunk. Hány százalék vörösrezt van az első, ill. a második ötvözetben?

## Kérdések:

- 1 Mit keresünk? Mit választasz ismeretlennek?
- 2 Használj ábrát! Hogyan tudnád lerajzolni, amit tudunk?
- 3 Meg tudnád határozni a rézötvezetek tömegét? (Ki tudod fejezni az ismeretlennel?)
- 4 Hány százalék réz van az összeötvezött ötvözetben?
- 5 Mennyi ennek a tömege?
- 6 Fel tudnál írni egy egyenletet? (Próbáld meg felhasználni az ötvözet tömege, a réz tömege és a % közötti összefüggést!)

2. Három cső együtt 2,5 óra alatt tölt meg egy medencét. Mennyi idő alatt telik meg a medence az egyes csöveken át külön-külön, ha egyedül a második csövön át kétszer annyi, egyedül a harmadik csövön át 5 órával hosszabb idő alatt telik meg, mint az elsőn?

### Kérdések

- 1 Mit választasz ismeretlenek? (x)
- 2 Hogyan tudnád táblázatba foglalni az ismert adatokat?
- 3 Ki tudsz-e fejezni más ismeretlen mennyiségeket  $x$  segítségével?
- 4 Milyen "jó ötletet" tudnál használni az ilyen feladatok megoldásánál? (egység!)
- 5 Milyen összefüggés van az előbb felírt mennyiségek között?
- 6 Fel tudnál írni egy egyenletet?



3. Egy kikötőből egyszerre indul két hajó: az egyik északnak, a másik keletnek. Két óra múlva 60 km-re lesznek egymástól. Állapítsuk meg mindkét hajó sebességét, ha az egyik óránként 6 km-rel többet halad, mint a másik!

## Kérdések

- 1 Készíts ábrát! (Ne felejtse: két pont távolsága ...)
- 2 Mit választasz ismeretlennek?
- 3 Ki tudná fejezni a két hajó által megtett utat az általad választott ismeretlen segítségével? (Táblázat!)
- 4 Milyen összefüggés van a hajók által megtett út és a köztük lévő távolság között?
- 5 Fel tudnál írni egy egyenletet?

4. Egy turista 80 km-t gyalogolt. Ha naponta 4 km-rel kevesebbet tett volna meg, akkor útja 1 nappal tovább tartott volna. Hány km-t tett meg eredetileg naponta?

### Kérdések

- 1 Hogyan tudnál táblázatot használni az adatok kigyűjtéséhez?
- 2 Mit választasz ismeretlennek?
- 3 Hogyan tudnád kifejezni a sebességet az egyes utakon?
- 4 Ki tudod fejezni az időt a már meglévő adatokból?
- 5 Fel tudnál írni egy egyenletet?

- közös ellenőrzés
- új feladatok kiosztása, típusukat tekintve megegyeznek az előzőkkel
- feladat: saját kérdések megfogalmazása
- a csoportok kicserélik a feladatokat és a kérdéseket
- közös megoldás a kérdések megbeszélésével

# Diákok kérdései

- Milyen táblázatot rajzolnál? Miket foglalnál bele?
- Mit tudnál használni táblázat helyett? (keveréses feladatnál)
- Hogyan tudnál táblázatot használni? Mit írjunk a sorokba, oszlopokba?
- Mi az  $x$ ? Mit tudunk ezzel kifejezni?
  
- Hogyan tudnád kifejezni a ...?
  
- Milyen információt nem használtunk még föl?
- Hol az egyenlet?
- Hogy lesz ebből egyenlet?
  
- A két eredmény közül melyik lehet a megoldás?
- Ellenőrizz!

# További teendők

- egyszer-egyszer alkalmazni ezt a módszert kevés
- cél: a diákok maguktól tudjanak kérdezni
- még jobb: a kérdezés már nem tudatos
- kérdés: Hogyan tudjuk ezt elérni?

# Algebra feladat

A feladat:

Melyik az a legnagyobb egész szám, ami nagyobb mint egy és ami az alábbi sorozat minden tagjának osztója?

$$1^5 - 1, 2^5 - 2, 3^5 - 3, 4^5 - 4 \dots n^5 - n$$

Kérdések

- 1 Vizsgáld meg a második tagot. Szorzattá tudnád alakítani?
- 2 Vizsgáld meg a szorzattá alakított alakot! Mely számokkal osztható?
- 3 Osztható 2-vel, 3-mal vagy 5-tel?
- 4 Az előző lépéseket végezd el a 3. és a 4. tagon is.
- 5 Meg tudod csinálni általánosan is?

Ambrus A.: Bevezetés a matematika didaktikába. ELTE Eötvös kiadó, 2004

Pólya Gy.: A gondolkodás iskolája. Akkord kiadó, 2000

Kagan S.: Kooperatív tanulás. Önkonet Kft., 2001

Way J.: *Using Questioning to Stimulate Mathematical Thinking.*([www.nrich.maths.org](http://www.nrich.maths.org))

Capacity Building Series: Asking Effective Questions  
([www.edu.gov.ca/eng/literacynumeracy/inspire](http://www.edu.gov.ca/eng/literacynumeracy/inspire))

Matematika gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I.  
Nemzeti Tankönyv Kiadó

# Köszönöm a figyelmet!

`bkrixta@gmail.com`